

EXAMENUL NAȚIONAL PENTRU DEFINITIVARE ÎN ÎNVĂȚĂMÂNTUL PREUNIVERSITAR  
14 iulie 2026

Probă scrisă  
MATEMATICĂ

Varianta 2

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de patru ore.

I. FELADATSOR

(60 pont)

1. Adott az  $(a_n)_{n \geq 1}$  sorozat, amelyben  $a_1, a_2 \in \mathbb{R}$  és  $\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} = \frac{(n-1)a_2 - (n-3)a_1}{2}$ , bármely  $n$  nemnulla természetes szám esetén.
- 7p a) Igazolja, hogy  $a_3 = \frac{a_2 + a_4}{2}$ .
- 8p b) Bizonyítsa be, hogy az  $(a_n)_{n \geq 1}$  sorozat egy számtani haladvány!
2. Adott az  $ABC$  háromszög, amelyben  $AB < AC$ . A  $BAC$  szög szögfelezője a  $BC$  oldalt  $D$  pontban metszi. A  $D$  ponton át az  $AB$  egyeneshez húzott párhuzamos az  $AC$  oldalt  $E$  pontban, míg a  $D$  ponton át az  $AC$  egyeneshez húzott párhuzamos az  $AB$  oldalt  $F$  pontban metszi.
- 7p a) Igazolja, hogy  $\frac{BM}{BF} = \frac{CM}{CE}$ , ahol  $M$  az  $EF$  és  $BC$  egyenesek metszéspontja!
- 8p b) Tudva azt, hogy  $\frac{1}{AD} = \frac{1}{AB} + \frac{1}{AC}$  igazolja, hogy a  $BAC$  szög mértéke  $120^\circ$ .
3. Adott az  $\begin{cases} ax + 2y + 6z = 6 \\ x + 2ay + 6z = b \\ x + 2y + 6az = -3 \end{cases}$  egyenletrendszer, ahol  $a$  és  $b$  valós számok.
- 7p a) Határozza meg az  $a$  azon valós értékeinek halmazát, amelyekre az egyenletrendszernek egyetlen megoldása van!
- 8p b) Tudva azt, hogy  $a = -2$  és az egyenletrendszer összeférhető, határozza meg az egyenletrendszer azon  $(x_0, y_0, z_0) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}$  megoldását, amelyre  $3z_0^3 = 2y_0 - x_0 + b + 3$ .
4. Adott az  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{\ln^2 x}{1 + \ln^2 x}$  függvény.
- 7p a) Határozza meg az  $f$  függvény monotonitási intervallumait!
- 8p b) Határozza meg az  $a$  valós számot, amelyre a  $g: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = \frac{f(x)}{x}$  függvény grafikus képe, az  $Ox$  tengely, valamint az  $x = e$  és  $x = e^{\sqrt{3}}$  egyenletű egyenesek által határolt síkidom területe  $a - 1 + \sqrt{3}$ .

II. FELADTSOR

(30 pont)

Az alábbiakban a VI. osztály matematika tantervének egy részlete látható.

Competențe specifice și exemple de activități de învățare

Clasa a VI-a

1.3. Identificarea caracteristicilor numerelor întregi în contexte variate

- Identificarea unui număr întreg în situații practice sau interdisciplinare (de exemplu: temperaturi, altitudini, golaveraje, debit/credit)
- Reprezentarea pe axa numerelor a opusului unui număr întreg; modulul ca distanță pe axa numerelor de la origine la reprezentarea numărului

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |  |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>- Identificarea unor contexte practic-aplicative sau teoretice care folosesc ecuații sau inecuații în mulțimea numerelor întregi</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |  |
| <b>2.3. Utilizarea operațiilor cu numere întregi pentru rezolvarea ecuațiilor și inecuațiilor</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Compararea numerelor întregi, pornind de la reprezentările acestora pe axa numerelor</li> <li>- Ordonarea elementelor unei mulțimi finite de numere întregi</li> <li>- Utilizarea regulilor specifice pentru efectuarea operațiilor cu numere întregi: adunare, scădere, înmulțire, împărțire și ridicare la putere cu exponent natural</li> <li>- Validarea (prin probă) a soluției unei ecuații sau a unei inecuații în mulțimea numerelor întregi</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |  |
| <b>3.3. Aplicarea regulilor de calcul și folosirea parantezelor în efectuarea operațiilor cu numere întregi</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Aplicarea unor proprietăți ale operațiilor cu numere întregi pentru optimizarea calculelor numerice</li> <li>- Utilizarea regulilor de calcul cu puteri (calcule numerice)</li> <li>- Utilizarea eficientă a metodelor de determinare a unei necunoscute dintr-o ecuație sau inecuație (metoda mersului invers, metoda balanței, transformări ale relațiilor de egalitate/inegalitate)</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |  |
| <b>4.3. Redactarea etapelor de rezolvare a ecuațiilor și a inecuațiilor studiate în mulțimea numerelor întregi</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Formularea unor răspunsuri logice în raport cu cerințe de calcul numeric (corelații intradisciplinare; de exemplu: apartenența rezultatului unui calcul la o mulțime, estimarea rezultatului, utilizarea lui 0 ca factor în produse de numere)</li> <li>- Scrierea unei ecuații/inecuații echivalente cu o ecuație/inecuație dată</li> <li>- Redactarea demersului de rezolvare a unor ecuații sau inecuații în mulțimea numerelor întregi (inclusiv verificarea soluțiilor)</li> <li>- Transpunerea unei probleme într-o ecuație care se rezolvă în mulțimea numerelor întregi</li> <li>- Exprimarea unor caracteristici ale modulului, derivate din definiția acestuia (<math> x  = a</math>, <math> x  &lt; a</math>, <math> x  \leq a</math>, unde <math>a</math> și <math>x</math> sunt numere întregi)</li> </ul> |  |
| <b>5.3. Interpretarea unor date din probleme care se rezolvă utilizând numerele întregi</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Analizarea unor situații practice în care se utilizează numere întregi</li> <li>- Analizarea unor consecințe posibile ce decurg din modificarea unui set de ipoteze în probleme referitoare la numere întregi</li> <li>- Încadrarea soluției unei ecuații într-o mulțime de numere întregi, fără a efectua calcule</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |  |
| <b>6.3. Transpunerea, în limbaj algebric, a unei situații date, rezolvarea ecuației sau inecuației obținute și interpretarea rezultatului</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Transpunerea unei situații date în limbaj matematic, utilizând ecuații sau inecuații</li> <li>- Formularea de probleme cu numere întregi pe baza unei scheme date sau a unui exercițiu dat</li> <li>- Formularea unor probleme echivalente cu o problemă dată în contextul numerelor întregi</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |  |

[...]

| Domeniu de conținut     | Conținuturi                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|-------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Mulțimi. Numere.</b> | <b>3. MULȚIMEA NUMERELOR ÎNTREGI</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Mulțimea numerelor întregi; opusul unui număr întreg; reprezentarea pe axa numerelor; modulul unui număr întreg; compararea și ordonarea numerelor întregi</li> <li>• Adunarea numerelor întregi, proprietăți; scăderea numerelor întregi</li> <li>• Înmulțirea numerelor întregi, proprietăți</li> <li>• Împărțirea numerelor întregi când deîmpărțitul este multiplu al împărțitorului</li> <li>• Puterea cu exponent număr natural a unui număr întreg nenul; reguli de calcul cu puteri</li> <li>• Ordinea efectuării operațiilor și folosirea parantezelor</li> <li>• Ecuații, inecuații, probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor/inecuațiilor în contextul numerelor întregi</li> </ul> |

**Notă:** Conținuturile vor fi abordate din perspectiva competențelor specifice. Activitățile de învățare sugerate oferă o imagine posibilă privind contextele de formare/dezvoltare a acestor competențe.

(Programa școlară pentru disciplina Matematică, OMEN nr. 3393/28.02.2017)

A fenti részletben található információkat felhasználva az „Egész számok halmaza” tanulási egység zárófelmérőjére dolgozzon ki három itemet: egy feleletkiegészítő, egy feleletválasztós és egy feladatmegoldó típusú itemet!

Az itemek kidolgozásakor vegye figyelembe a következő szempontokat:

- a felméréndő sajátos kompetencia megnevezése;
- a tanulási tevékenység megnevezése, amelynek keretén belül alkalmazható az item;
- minden kidolgozott itemtípus formai követelményeinek betartása;
- a várható válasz kidolgozása (javítókulcs);
- a tartalom tudományos helyessége.