

VI. Országos Magyar Matematikaolimpia
XXXIII. EMMV
megyei szakasz, 2024. február 3.

IX. osztály

1. feladat. a) Határozd meg, hogy hány $(a, b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ számpár teljesíti az

$$a^2 + b^2 + 2 \leq 2a + 6b$$

egyenlőtlenséget!

b) Ha $x \in (2, 3)$ és $y \in (3, 4)$ valós számok, akkor igazold, hogy $\frac{(2x-5)(y-3)}{x-2} < 1$.

2. feladat. Bálint felírt a táblára 3 egymásután következő nullától különböző természetes számot. Dani észrevette, hogy a három szám közül az egyik prímszám, egy másik négyzetszám, a harmadik pedig köbszám (nem feltétlenül ebben sorrendben). Melyik három szám szerepelhetett a táblán? Határozd meg az összes lehetőséget!

3. feladat. Jelölje M az $ABCD$ paralelogramma BC oldalának B ponthoz közelebbi harmadolópontját valamint N a DC oldal tetszőleges pontját. Az AM és BN egyenesek metszéspontja P . Igazold, hogy $\frac{PM}{AM} + \frac{3BP}{BN} = 1$.

4. feladat. Egy 4×4 -es táblázat minden mezőjében kezdetben a 0 szám áll. Egy lépésben a táblázat két oldalszomszédos négyzetében lévő számokat 1-gyel növeljük. Megkaphatjuk-e ilyen lépésekkel az alábbi táblázatokat?

a)

1	2	4	5
7	8	10	12
11	13	15	17
18	19	20	21

b)

1	2	4	5
7	8	10	12
11	13	14	17
18	19	20	21

c)

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16