

VI. Országos Magyar Matematikaolimpia

XXXIII. EMMV

megyei szakasz, 2024. február 3.

VI. osztály

1. feladat. a) Határozd meg az $a + 2b + 3c + 4d$ összeg lehető legkisebb értékét, amikor az a, b, c, d természetes számokra teljesül, hogy

$$2a = \frac{8b}{5} = \frac{4c}{3} = \frac{96}{d}.$$

b) Határozd meg azokat az $\overline{abcd}$ alakú négyjegyű természetes számokat, amelyek teljesítik az

$$\overline{abc} \cdot (a^2 + 2d) = 2024$$

összefüggést!

2. feladat. Nyolc lány kőrtáncot jár az iskolaudvaron nagyszünetben. A fiúk szemlélik őket és megállapítják: bármely három egymás melletti lány életkorának összege legfeljebb 40 év, és bármely egymás mellett álló négy lány életéveinek összege legkevesebb 53 év. Ha tudjuk, hogy mindenik lány életkora természetes szám, határozd meg a lányok életkorának összegét.

3. feladat. Az $\widehat{AOD}$ belsejében felvesszük az OB és OC félegyeneseket, $\widehat{AOB} < \widehat{AOC}$. Az OX , OY és OZ félegyenések rendre az $\widehat{AOB}$, $\widehat{BOC}$, illetve $\widehat{COD}$ szögfelezői. Tudjuk, hogy $\widehat{AOD} = 160^\circ$, $\widehat{XOC} = 70^\circ$ és $\widehat{BOZ} = 100^\circ$. Határozd meg az $\widehat{AOB}$, $\widehat{BOC}$ és $\widehat{COD}$ szögek mértékét!

4. feladat. a) Hasonlítsd össze az

$$a = \frac{2020}{2021} + \frac{2023}{2024} \quad \text{és} \quad b = \frac{2021}{2022} + \frac{2022}{2023}$$

számokat!

b) Melyik nagyobb az

$$x = \frac{n}{n+1} + \frac{n+3}{n+4} \quad \text{és} \quad y = \frac{n+1}{n+2} + \frac{n+2}{n+3}$$

számok közül, ha n egy tetszőleges természetes szám?