

VI. Országos Magyar Matematikaolimpia
XXXIII. EMMV
megyei szakasz, 2024. február 3.

V. osztály

1. feladat. Egy esős délután négy barát együtt társasjátékozott. Összesen négy játszmát játszottak, minden játszma során egy valaki vesztett, hárman pedig nyertek. Minden játszma végén a vesztes, a saját vagyonából megkésztette a három nyertes vagyonát. A játék végére mindenki pontosan egyszer vesztett, és mindenkinek 32 fabatkája lett. Mennyi pénze volt a játékosoknak külön-külön a játék kezdetekor?

2. feladat. a) Melyik az a legkisebb négyjegyű természetes szám, amelynek 42-vel való osztási maradéka 8, míg 43-mal való osztási maradéka 3?

b) Határozd meg a fenti tulajdonságokkal rendelkező legnagyobb négyjegyű természetes számot!

3. feladat. András, Bence, Csaba és Dorottya szenvedélyes bélyeggyűjtők. A három fiúnak együtt 11-gyel több bélyege van, mint Dorottya bélyegei számának háromszorosa. Ha András vásárol még 44 darab, Bence még 46 darab és Csaba még 45 darab bélyeget, akkor hármuknak együtt ötször annyi bélyegük lesz, mint Dorottyának.

a) Hány darab bélyege van Dorottyának?

b) Határozd meg a fiúk bélyegeinek számát külön-külön, ha tudjuk, hogy Csabának 3 darab bélyeggel több van, mint Andrásnak, illetve Bencének pedig 1 darab bélyeggel kevesebb van, mint Csabának!

4. feladat. Adottak az

$$A = (5^6)^9 : (4^2 + 3^2)^{26} - \left[(9 \cdot 2)^{15} : (3^{29} \cdot 2^{15}) + 0^{2024} - (3^4 - 2^4 \cdot 5)^{2024} \right]^4$$

és

$$B = 2^7 - 13 \cdot \{ 89 - 5 \cdot [22 - 6 \cdot (40^2 - 41 \cdot 39)] \} + (3^2 - 2^3)^{2024}$$

természetes számok.

a) Hasonlítsd össze a 3^A és a 2^B számokat!

b) Hány köbszám van a 2^B és a 3^A számok között?

c) Igazold, hogy az $A^{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2023 \cdot 2024} + B^{1+2+3+\dots+2023+2024}$ szám nem négyzetszám!