

Testare inițială, clasa a XII-a
Matematică M_mate-info
30.09.2025

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de două ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- | | |
|----|--|
| 5p | 1. Aflați modulul și partea reală a numărului complex $z = \frac{1+2i}{1-2i}$. |
| 5p | 2. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 + 2x + m - 1$. Determinați m astfel ca imaginea funcției f să fie intervalul $[3, \infty)$. |
| 5p | 3. Rezolvați ecuația: $2^{x+2} + 2^{1-x} = 9$. |
| 5p | 4. Rezolvați ecuația: $C_{n-1}^2 + 3C_{n-1}^3 = (n-1)(n-2)$. |
| 5p | 5. Fie punctele $A(1,2)$, $B(3,4)$ și $C(2,0)$. Scrieți ecuația dreptei ce trece prin C și este perpendiculară pe dreapta AB . |
| 5p | 6. Se consideră triunghiul ABC cu $BC = 6, B = \frac{3\pi}{4}, C = \frac{\pi}{12}$. Aflați raza cercului circumscris triunghiului ABC . |

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- | | |
|---|--|
| Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & x & \frac{x^2}{2} \\ 0 & 1 & x \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, unde x este un număr real. | |
| 10p | a) Arătați că $A(x) \cdot A(y) = A(x+y)$, pentru orice numere reale x și y . |
| 10p | b) Arătați că $A(1)$ este inversabilă și calculați inversa ei. |
| 10p | c) Calculați matricea $B = A(1) \cdot A\left(\frac{1}{2}\right) \cdot \dots \cdot A\left(\frac{1}{n}\right), n \in \mathbb{N}, n \geq 2$ și $\det(B)$. Demonstrați că nu există $m \in \mathbb{N}$ astfel ca $B=A(m)$. |

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- | | |
|---|---|
| Se consideră funcția $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x^2-2}{x} - 3\ln x$. | |
| 10p | a) Calculați derivata funcției f și precizați intervalele de monotonie. |
| 10p | b) Verificați dacă f are asimptotă oblică spre $+\infty$. |
| 10p | c) Demonstrați că: $\frac{x^2+x-2}{x} \leq 3\ln x$, pentru orice $x \in (0,2]$. |