

Examenul național de bacalaureat 2026

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{tehnologic}}$

Simulare

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

I. FELADATSOR

(30 pont)

- 5p** 1. Igazolja, hogy $\left(3 + \frac{3}{5}\right) : 4 + \frac{1}{10} = 1$.
- 5p** 2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x + 6$ függvény. Határozza meg azt az a valós számot, amelyre $f(1) + f(a) = 2f(0)$.
- 5p** 3. Oldja meg a valós számok halmazán a $\sqrt{4x - x^2} = \sqrt{3x}$ egyenletet!
- 5p** 4. Adott az $A = \{0, 1, 2, \dots, 26\}$ halmaz. Határozza meg annak a valószínűségét, hogy az A halmazból véletlenszerűen kiválasztott szám egy természetes szám négyzete legyen!
- 5p** 5. Az xOy derékszögű koordináta-rendszerben adottak az $A(0, 4)$, $B(3, 0)$ és $C(4, 7)$ pontok. Igazolja, hogy az ABC háromszög egyenlő szárú derékszögű háromszög!
- 5p** 6. Igazolja, hogy $2\sin 60^\circ + \sqrt{3}\sin 30^\circ - 3\cos 30^\circ = 0$.

II. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adottak az $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ és $M(a) = \begin{pmatrix} 2a & a \\ a & a-2 \end{pmatrix}$ mátrixok, ahol a egy valós szám.
- 5p** a) Igazolja, hogy $\det(M(4)) = 0$.
- 5p** b) Igazolja, hogy $M(1) \cdot M(1) - M(1) = 3I_2$.
- 5p** c) Bizonyítsa be, hogy az $N = \det(M(n) - 3(M(1))^{-1})$ páratlan természetes szám, bármely n nemnulla természetes szám esetén, ahol $(M(1))^{-1}$ az $M(1)$ mátrix inverze!
2. A valós számok halmazán értelmezzük az $x * y = xy - 3x - 3y + 12$ műveletet.
- 5p** a) Igazolja, hogy $2 * 5 = 1$.
- 5p** b) Igazolja, hogy $e = 4$ a „ $*$ ” művelet semleges eleme!
- 5p** c) Határozza meg azt az a valós számot, amelyre $(a - x) * (a - x) = (a + x) * (a + x)$, bármely x valós szám esetén!

III. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adott az $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 - 3}{x^3}$ függvény.
- 5p** a) Igazolja, hogy $f'(x) = \frac{9 - x^2}{x^4}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p** b) Határozza meg az f függvény grafikus képének $x = 1$ abszcisszájú pontjában az f függvény grafikus képéhez húzott érintő egyenletét!
- 5p** c) Bizonyítsa be, hogy $9f(2x) - f(x) \leq 4$, bármely $x \in [1, 2]$ esetén!
2. Adott az $f: (-3, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 2 + \frac{2}{\sqrt{x+3}}$ függvény.
- 5p** a) Igazolja, hogy $\int_0^4 \left(f(x) - \frac{2}{\sqrt{x+3}} \right) dx = 16$.

- | | |
|----|--|
| 5p | b) Igazolja, hogy $\int_1^6 (f(x) - x - 2) dx = 4$. |
| 5p | c) Határozza meg azt az a valós számot, amelyre $\int_{-2}^1 f'(x) \left(1 + \frac{1}{f(x)}\right) dx = \ln(2e^a)$. |