

Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

I. FELADATSOR

(30 pont)

- 5p** 1. Ha az $(a_n)_{n \geq 1}$ számtani haladványban $a_1 = 2$ és $a_3 = 14$, határozza meg a haladvány a_4 tagját!
- 5p** 2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + 3$ függvény, ahol a valós szám. Határozza meg azt az a valós számot, amelyre $f(0) + (f \circ f)(0) = 0$.
- 5p** 3. Oldja meg a valós számok halmazán az $5^x - 4 \cdot 5^{x-2} = 105$ egyenletet!
- 5p** 4. Határozza meg, hogy az $A = \{1, 2, 3, 9\}$ halmaz elemeivel hány darab páratlan, különböző számjegyekből álló háromjegyű szám képezhető!
- 5p** 5. Az xOy derékszögű koordináta-rendszerben adottak az $A(1,0)$ és $B(5,4)$ pontok és a $2x + ay = 0$ egyenletű d egyenes, ahol a valós szám. Határozza meg azt az a valós számot, amelyre az AB szakasz felezőpontja rajta van a d egyenesen!
- 5p** 6. Az A -ban derékszögű ABC háromszögben $BC = 12$ és $C = \frac{\pi}{6}$. Az M pont az AC szakasz olyan pontja, amelyre $3AM = AC$. Igazolja, hogy $BM = 4\sqrt{3}$.

II. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adott az $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & a \\ -a & 1-a \end{pmatrix}$ mátrix, ahol a valós szám.
- 5p** a) Igazolja, hogy $\det(A(1)) = 1$.
- 5p** b) Igazolja, hogy $A(a+b) - A(a) \cdot A(b) = abA(1)$, bármely a és b valós szám esetén!
- 5p** c) Határozza meg azokat az a valós számokat, amelyekre $2A(2a) - A(a) \cdot A(a) - A(1) \cdot A(2a-1) = 2A(1)$.
2. A valós számok halmazán értelmezzük az $x \circ y = \frac{1}{6}(x-5)(y-5) + 5$ asszociatív műveletet, amelynek semleges eleme $e = 11$.
- 5p** a) Igazolja, hogy $7 \circ 8 = 6$.
- 5p** b) Határozza meg azokat az x valós számokat, amelyekre $x \circ (6x-1) = 10$.
- 5p** c) Határozza meg azokat az n , $n \neq 5$ természetes számokat, amelyeknek a „ $\circ$ ” művelet szerinti szimmetrikusai páros természetes számok!

III. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adott az $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x} - 1 + 4 \ln(x+3)$ függvény.
- 5p** a) Igazolja, hogy $f'(x) = \frac{(x-1)(4x+3)}{x^2(x+3)}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p** b) Igazolja, hogy $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4 \ln(x+3) - f(x)}{\ln x} = 1$.
- 5p** c) Bizonyítsa be, hogy $\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} \geq 4 \ln \frac{x+3}{x^2+3}$, bármely $x \in (0, 1]$ esetén!
2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x^2 + 4x)e^{-x}$ függvény.
- 5p** a) Igazolja, hogy $\int_0^3 f(x)e^x dx = 27$.

5p	b) Igazolja, hogy $\int_{-1}^0 \frac{f(x)}{x+4} dx = -1$.
5p	c) Adott a $g:(0,+\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{f(x^2)}{x^2}$ függvény. Bizonyítsa be, hogy a g függvény bármely $G:(0,+\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ primitív függvénye konkáv!