

Examenul național de bacalaureat 2026

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Varianta 3

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

I. FELADATSOR

(30 pont)

- 5p** 1. Határozza meg az $(a_n)_{n \geq 1}$ számtani haladvány a_3 tagját, tudva azt, hogy $a_1 = 10$ és $a_2 = 18$.
- 5p** 2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 2$ függvény. Igazolja, hogy $f(4) - f(3) - f(2) = 0$.
- 5p** 3. Oldja meg a valós számok halmazán a $7^{3-x} = 7^{4x-2}$ egyenletet!
- 5p** 4. Határozza meg annak a valószínűségét, hogy az egyjegyű természetes számok halmazából véletlenszerűen kiválasztott n számra teljesüljön a $20 - 2n < 15$ egyenlőtlenség!
- 5p** 5. Az xOy derékszögű koordináta-rendszerben adottak az $A(1,1)$, $M(2,4)$ és $B(a,b)$ pontok, ahol a és b valós számok. Határozza meg az a és b valós számokat, tudva azt, hogy az M pont az AB szakasz felezőpontja!
- 5p** 6. Adott az A -ban derékszögű ABC háromszög, amelyben $AB = 15$ és a B szög mértéke 30° . Igazolja, hogy $BC = 10\sqrt{3}$.

II. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adott az $A(x) = \begin{pmatrix} x & 1 \\ x-1 & 2 \end{pmatrix}$ mátrix, ahol x valós szám.
- 5p** a) Igazolja, hogy $\det(A(4)) = 5$.
- 5p** b) Igazolja, hogy $2A(1) + A(4) = 3A(2)$.
- 5p** c) Határozza meg azokat az x és y valós számokat, amelyekre $A(-x) \cdot A(x) = A(y)$.
2. A valós számok halmazán értelmezzük az $x * y = (4-x)(4-y) + 2$ műveletet.
- 5p** a) Igazolja, hogy $0 * 3 = 6$.
- 5p** b) Határozza meg azt az x valós számot, amelyre $2 * x = 2$.
- 5p** c) Határozza meg azokat az (m, n) egész számpárokat, amelyekre $(2m) * (2n+1) = 10$.

III. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 - 1$ függvény.
- 5p** a) Igazolja, hogy $f'(x) = 12x(x+1)(x-2)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Határozza meg az f függvény grafikus képének $x=0$ abszcisszájú pontjában, az f függvény grafikus képéhez húzott érintő egyenletét!
- 5p** c) Igazolja, hogy $3x^4 + 5 \geq 4x^3 + 12x^2$, bármely $x \in (-\infty, 0]$ esetén!
2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 1 + xe^x$ függvény.
- 5p** a) Igazolja, hogy $\int_0^4 (f(x) - xe^x) dx = 12$.
- 5p** b) Igazolja, hogy $\int_0^1 (f(x) - x - 1) dx = 1$.
- 5p** c) Adott a $g: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{\sqrt{f'(x)}}{f(x)}$ függvény. Igazolja, hogy a g függvény grafikus képének az Ox tengely körüli forgatásából kapott forgástest térfogata $\frac{\pi(e+1)}{e+2}$.