

Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

Varianta 4

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

I. FELADATSOR

(30 pont)

- 5p** 1. Adottak a $z_1 = 2 - 3i$ és $z_2 = 1 - 2i$ komplex számok. Igazolja, hogy $iz_1 + z_2 = 4$.
- 5p** 2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 3$ függvény. Határozza meg azt az a valós számot, amelyre $f(a + 2) = a + f(a)$.
- 5p** 3. Oldja meg a valós számok halmazán a $\sqrt{2x} = \sqrt{x^2 - x + 2}$ egyenletet!
- 5p** 4. Határozza meg annak a valószínűségét, hogy az egyjegyű természetes számok halmazából véletlenszerűen kiválasztott n természetes szám teljesítse a $3n^2 > 100$ egyenlőtlenséget!
- 5p** 5. Az xOy derékszögű koordináta-rendszerben adottak az $A(6,0)$, $B(8,2)$ és $C(1,9)$ pontok. Határozza meg a C pont és az AB szakasz felezőpontja közötti távolságot!
- 5p** 6. Az ABC háromszögben $AC = 9$ és $B = \frac{\pi}{3}$. Igazolja, hogy az ABC háromszög köré írt kör sugara $3\sqrt{3}$.

II. FELADTSOR

(30 pont)

1. Adott az $A(x, y) = \begin{pmatrix} x+y & xy \\ 4 & x+y \end{pmatrix}$ mátrix, ahol x és y valós számok.
- 5p** a) Igazolja, hogy $\det(A(1,2)) = 1$.
- 5p** b) Igazolja, hogy az $A(x, y)$ mátrix invertálható, bármely x és y különböző valós számok esetén!
- 5p** c) Határozza meg azokat az x és y valós számokat, amelyekre $A(x, 2) \cdot A(x, 2) = 4A(y, 0)$.
2. Adott a valós számok halmazán értelmezett $x * y = 5 - \frac{x+y}{2} + xy$ művelet.
- 5p** a) Igazolja, hogy $1 * 3 = 6$.
- 5p** b) Határozza meg azt az x valós számot, amelyre $x * 5 = 2x$.
- 5p** c) Határozza meg azokat az (m, n) természetes számpárokat, amelyekre $(m - n) * (m + n) = m^2$.

III. FELADTSOR

(30 pont)

1. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + 8x - 2}{x^2 + 2}$ függvény.
- 5p** a) Igazolja, hogy $f'(x) = \frac{8(x+1)(2-x)}{(x^2 + 2)^2}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Határozza meg az f függvény grafikus képe aszimptotájának egyenletét a $+\infty$ felé!
- 5p** c) Igazolja, hogy $-2 \leq f(x) - f(y) \leq 2$, bármely $x, y \in [-4, 0]$ esetén!
2. Adott az $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 5x^2 - 3 + \ln x$ függvény.
- 5p** a) Igazolja, hogy $\int_1^2 (f(x) - \ln x) dx = \frac{26}{3}$.
- 5p** b) Igazolja, hogy $\int_1^e \frac{1}{x} \cdot (f(x) - 5x^2 + 3) dx = \frac{1}{2}$.

5p

c) Határozza meg azt az m valós számot, amelyre a $g : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{f(x) + 3}{\sqrt{x}}$ függvény grafikus képe, az Ox tengely, valamint az $x = 1$ és $x = 4$ egyenletű egyenesek által határolt síkidom területe $58 + m \ln 2$.