

Examenul național de bacalaureat 2025

Proba E. c)

Matematică $M_{tehnologic}$

Varianta 3

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

I. ELADATSOR

(30 punct)

- 5p** 1. Az $(a_n)_{n \geq 1}$ számtani haladványban $a_1 = 3$ és $a_2 = 9$. Határozza meg az a_3 -at!
- 5p** 2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x - 5$ függvény. Igazolja, hogy $f(3) + f(2) + f(0) = 0$.
- 5p** 3. Oldja meg a valós számok halmazán a $\sqrt{9x-5} = 2$ egyenletet!
- 5p** 4. Egy termék ára egy 30% -os árcsökkentés után 56 lej. Határozza meg a termék árcsökkentés előtti árát!
- 5p** 5. Az xOy derékszögű koordináta-rendszerben adottak az $A(0,1)$, $B(5,6)$ és $C(7,2)$ pontok. Igazolja, hogy $AB = AC$!
- 5p** 6. Igazolja, hogy $(\sin 30^\circ + 3 \cos 60^\circ) \cdot (\sin 45^\circ)^2 = 1$.

II. ELADATSOR

(30 pont)

1. Adottak az $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ és $B(x) = \begin{pmatrix} 2 & x \\ -1 & 2x \end{pmatrix}$ mátrixok, ahol x valós szám.
- 5p** a) Igazolja, hogy $\det A = 5$.
- 5p** b) Igazolja, hogy $A + 3I_2 = 2B(1)$.
- 5p** c) Határozza meg azokat az x valós számokat, amelyekre $\det(B(2x) - B(x) \cdot A) = x^2$.
2. A valós számok halmazán értelmezzük az $x * y = xy - 8x - 8y + 8$ műveletet.
- 5p** a) Igazolja, hogy $0 * 1 = 0$.
- 5p** b) Határozza meg azt az x valós számot, amelyre $x * 2 = 2x$.
- 5p** c) Határozza meg az (m, n) természetes számpárokat, ha $m < n$ és $(8 + m) * (8 + n) = 2$.

III. ELADATSOR

(30 pont)

1. Adott az $f: (-4, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{4x+7}{x+4}$ függvény.
- 5p** a) Igazolja, hogy $f'(x) = \frac{9}{(x+4)^2}$, $x \in (-4, +\infty)$.
- 5p** b) Határozza meg az f függvény vízszintes aszimptotájának egyenletét a $+\infty$ felé!
- 5p** c) Határozza meg az $a \in (-4, +\infty)$ értékét, tudva azt, hogy az f függvény grafikus képéhez az $A(a, f(a))$ pontban húzott érintő iránytényezője 1.
2. Adott az $f: (-3, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + \sqrt{x+3}$ függvény.
- 5p** a) Igazolja, hogy $\int_1^2 (f(x) - \sqrt{x+3}) dx = 3$.
- 5p** b) Igazolja, hogy $\int_1^6 \frac{1}{f(x) - 2x} dx = 2$.
- 5p** c) Igazolja, hogy annak a testnek a térfogata, amely a $g: [0, 6] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{x}{f(x) - 2x}$ függvény grafikus képének az Ox tengely körüli forgatásakor keletkezik $9\pi \ln 3$.