

Examenul național de bacalaureat 2025

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{tehnologic}}$

Simulare

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

I. FELADATSOR

(30 punct)

- 5p** 1. Határozza meg az $(a_n)_{n \geq 1}$ számtani haladvány a_3 tagját, ha $a_1 = 3$ és $a_2 = 10$.
- 5p** 2. Adottak az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x - 4$ és $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x + 2$ függvények. Határozza meg azt az a valós számot, amelyre $f(a) = a + g(2)$.
- 5p** 3. Oldja meg a valós számok halmazán a $\log_3(10x - 1) = 2$ egyenletet!
- 5p** 4. Egy 45%-os árcsökkenés után egy termék ára 110 lej lesz. Határozza meg a termék árcsökkenés előtti árát!
- 5p** 5. Az xOy derékszögű koordináta-rendszerben adottak az $A(0,4)$, $B(0,-1)$ és $C(8,3)$ pontok. Igazolja, hogy $AB = AM$, ahol M a BC szakasz felezőpontja!
- 5p** 6. Az A -ban derékszögű ABC háromszögben $AB = 6$ és $AC = 8$. Igazolja, hogy $\sin C = \frac{3}{5}$.

II. FELADATSOR

(30 punct)

1. Adottak az $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ és $A(a) = \begin{pmatrix} a & 3a \\ a & 2a+3 \end{pmatrix}$ mátrixok, ahol a valós szám.
- 5p** a) Igazolja, hogy $\det(A(2)) = 2$.
- 5p** b) Határozza meg azt az x valós számot, amelyre $A(1) \cdot A(1) + 2I_2 = xA(1)$.
- 5p** c) Határozza meg az $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ mátrixot, amelyre $A(2) \cdot X \cdot A(2) = A(0)$.
2. A valós számok halmazán értelmezzük az $x * y = xy - 2x - 2y + 6$ asszociatív műveletet.
- 5p** a) Igazolja, hogy $0 * 2 = 2$.
- 5p** b) Határozza meg azokat az x valós számokat, amelyekre $x * (2x) = 6$.
- 5p** c) Tudva, hogy $e = 3$ a „ $*$ ” művelet semleges eleme, határozza meg azt az x valós számot, amelynek a „ $*$ ” művelet szerinti szimmetrikusa 4.

III. FELADATSOR

(30 punct)

1. Adott az $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^2 - 2 - \ln x$ függvény.
- 5p** a) Igazolja, hogy $f'(x) = \frac{(2x-1)(2x+1)}{x}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p** b) Igazolja, hogy $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) + \ln x}{3x-3} = \frac{4}{3}$.
- 5p** c) Igazolja, hogy $\frac{4x^2-1}{2} \geq \ln(2x)$, bármely $x \in (0, +\infty)$ esetén!
2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x + 2x + 2$ függvény.
- 5p** a) Igazolja, hogy $\int_0^1 (f(x) - 2x) dx = e + 1$.
- 5p** b) Igazolja, hogy $\int_0^3 \frac{1}{f(x) - e^x} dx = \ln 2$.
- 5p** c) Határozza meg azt az a valós számot, amelyre $\int_0^1 \frac{f(x)}{e^x} dx = 5 + \frac{a}{e}$.