

Examenul național de bacalaureat 2025

Proba E. c)

Matematică *M_{șt-nat}*

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

I. FELADATSOR

(30 pont)

- | | |
|----|--|
| 5p | 1. Igazolja, hogy $2i(6-i) + 3(1-4i) = 5$, ahol $i^2 = -1$. |
| 5p | 2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 5$ függvény. Határozza meg az a valós számot, amelyre $(f \circ f)(a) = 2a$. |
| 5p | 3. Oldja meg a valós számok halmazán a $\sqrt{x^2 + 4x - 4} = x\sqrt{2}$ egyenletet! |
| 5p | 4. Határozza meg annak a valószínűségét, hogy az egyjegyű természetes számok halmazából véletlenszerűen kiválasztott n szám esetén, a 2^n szám osztható legyen 16-tal! |
| 5p | 5. Az xOy derékszögű koordináta-rendszerben adottak az $A(3,1)$ és $B(2,4)$ pontok. Igazolja, hogy az OAB háromszög derékszögű A -ban! |
| 5p | 6. Adott az $E(x) = \sin x + 2\cos 2x + 2\sin^2 \frac{x}{2}$ kifejezés, ahol x valós szám. Bizonyítsa be, hogy $E\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$. |

II. FELADATSOR

(30 pont)

- | | |
|----|---|
| | 1. Adott az $A(x) = \begin{pmatrix} x+1 & -x \\ -2x & 2x+1 \end{pmatrix}$ mátrix, ahol x valós szám. |
| 5p | a) Igazolja, hogy $\det(A(1)) = 4$. |
| 5p | b) Igazolja, hogy $A(-1) \cdot A(x) = A(-2x-1)$, bármely x valós szám esetén! |
| 5p | c) Határozza meg azokat az (m, n) , $m < n$ természetes számpárokat, amelyekre $A(-1) \cdot (A(m) + A(n)) = 2A(-4)$. |
| | 2. A valós számok halmazán értelmezzük az $x \circ y = x \cdot 3^y + y \cdot 3^x$ művelet. |
| 5p | a) Igazolja, hogy $1 \circ 2 = 15$. |
| 5p | b) Igazolja, hogy $e = 0$ a „ $\circ$ ” művelet semleges eleme! |
| 5p | c) Határozza meg azt az x nemnulla valós számot, amelyre $x \circ (3x) = (2x) \circ (2x)$. |

III. FELADATSOR

(30 pont)

- | | |
|----|--|
| | 1. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{e^x}{x^2 + 3x + 3}$ függvény. |
| 5p | a) Igazolja, hogy $f'(x) = \frac{e^x(x^2 + x)}{(x^2 + 3x + 3)^2}$, $x \in \mathbb{R}$. |
| 5p | b) Igazolja, hogy $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$. |
| 5p | c) Bizonyítsa be, hogy $f(x) - f(y) \leq \frac{3-e}{3e}$, bármely x és y , $x \leq 0 \leq y$ valós szám esetén! |
| | 2. Adott az $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 4x + 1 + 3x \ln x$ függvény. |
| 5p | a) Igazolja, hogy $\int_1^2 (f(x) - 3x \ln x) dx = 7$. |

- | | |
|----|--|
| 5p | b) Igazolja, hogy $\int_1^e \frac{f(x) - 4x - 1}{x} dx = 3$. |
| 5p | c) Határozza meg azt az a valós számot, amelyre $\int_2^4 \frac{f(x) - 1}{x^2 \ln x} dx = a \ln 2$. |