

Examenul național de bacalaureat 2025

Proba E. c)

Matematică $M_{tehnologic}$

Varianta 1

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

I. FELADATSOR

(30 pont)

- 5p 1. Igazolja, hogy $\frac{1}{10} + 3 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5}\right) = 1$.
- 5p 2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 6x - 3$ függvény. Határozza meg azt az a valós számot, amelyre $f(2) = a + f(0)$.
- 5p 3. Oldja meg a valós számok halmazán az $5^{2x} = 5^{3-x}$ egyenletet!
- 5p 4. Határozza meg annak a valószínűségét, hogy az $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ halmazból véletlenszerűen kiválasztott n szám esetén teljesüljön a $6n > 25$ egyenlőtlenség!
- 5p 5. Az xOy derékszögű koordináta-rendszerben adottak az $A(2, 0)$, $B(2, 1)$ és $C(6, 4)$ pontok. Határozza meg azt az a valós számot, amelyre $BC = a \cdot AB$.
- 5p 6. Adott az MNP , M -ben derékszögű háromszög, amelyben $MN = 4 \cdot MP$ és $MN = 8$. Igazolja, hogy az MNP háromszög területe 8.

II. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adottak az $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$ és $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ mátrixok.
- 5p a) Igazolja, hogy $\det A = 1$.
- 5p b) Határozza meg azt az x valós számot, amelyre $3A - 5I_2 = xB$.
- 5p c) Határozza meg azoknak az x valós számoknak a halmazát, amelyekre $\det(A \cdot (B - A) + xI_2) \leq 2$.
2. Adott az $f = X^3 - 3X^2 + X + m$ polinom, ahol m valós szám.
- 5p a) Az $m = 1$ esetén igazolja, hogy $f(1) = 0$.
- 5p b) Határozza meg azt az m valós számot, amelyre $2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 1 + x_1x_2x_3$, ahol x_1 , x_2 és x_3 az f polinom gyökei!
- 5p c) Tudva azt, hogy az f polinomnak az $X - 2$ polinommal való osztási maradéka -5 , igazolja, hogy f osztható az $X^2 + 1$ polinommal!

III. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x-2}{e^x}$ függvény.
- 5p a) Igazolja, hogy $f'(x) = \frac{3-x}{e^x}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Határozza meg az f függvény grafikus képének $x = 0$ abszcisszájú pontjában az f függvény grafikus képéhez húzott érintő egyenletét!
- 5p c) Igazolja, hogy $-e^{x-1} \leq x - 2 \leq e^{x-3}$, bármely $x \in [1, 4]$ esetén!
2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 4x + 8$ függvény.
- 5p a) Igazolja, hogy $\int_0^1 (f(x) - x^2 - 8) dx = 2$.
- 5p b) Igazolja, hogy $\int_0^8 \frac{x}{f(x) - 4x} dx = \ln 3$.

5p	c) Határozza meg azt az $a \in (0, +\infty)$ értéket, amelyre $\int_0^a \frac{1}{f(x)-4} dx = \frac{1}{4}$.
-----------	--