

Examenul național de bacalaureat 2025

Proba E. c)

Matematică $M_{tehnologic}$

Varianta 9

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

I. FELADATSOR

(30 pont)

- 5p** 1. Igazolja, hogy $5 \cdot (0,7 - 0,2) + 0,5 = 3$.
- 5p** 2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 6x - 2$ függvény. Határozza meg azt az m valós számot, amelyre $f(m) = 10$.
- 5p** 3. Oldja meg a valós számok halmazán a $\sqrt{16 - 3x} = 1$ egyenletet!
- 5p** 4. Egy termék ára 60%-os áremelés után 320 lej. Határozza meg a termék áremelés előtti árát!
- 5p** 5. Az xOy derékszögű koordináta-rendszerben adottak az $A(3,0)$, $B(3,2)$ és $C(a,b)$ pontok, ahol a és b valós számok. Határozza meg az a és b valós számokat tudva azt, hogy a B pont az AC szakasz felezőpontja!
- 5p** 6. Igazolja, hogy $5 \cos 60^\circ - \sin 30^\circ + 4(\sin 60^\circ)^2 = 5$.

II. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adottak az $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ és $A(x) = \begin{pmatrix} 2 & x \\ -x & -2 \end{pmatrix}$ mátrixok, ahol x valós szám.
- 5p** a) Igazolja, hogy $\det(A(5)) = 21$.
- 5p** b) Igazolja, hogy $2A(-1) + A(5) = 3A(1)$.
- 5p** c) Határozza meg azoknak az x valós számoknak a halmazát, amelyekre $\det(A(x) \cdot A(-x) - x^2 I_2) \geq 0$.
2. Adott az $f = X^3 + mX^2 - X - m$ polinom, ahol m valós szám.
- 5p** a) Igazolja, hogy $f(1) = 0$, bármely m valós szám esetén!
- 5p** b) Ha $m = -3$, igazolja, hogy a 3 gyöke az f polinomnak!
- 5p** c) Határozza meg azt az m valós számot, amelyre $(x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_2 x_3)^2 + x_1 x_2 x_3 (x_1 + x_2 + x_3) = 1$, ahol x_1 , x_2 és x_3 az f polinom gyökei!

III. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adott az $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^2 - 1 + \frac{4}{x}$ függvény.
- 5p** a) Igazolja, hogy $f'(x) = \frac{4(x^3 - 1)}{x^2}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p** b) Határozza meg az f függvény grafikus képének $x = 2$ abszcisszájú pontjában az f függvény grafikus képéhez húzott érintő egyenletét!
- 5p** c) Igazolja, hogy $6 \leq 2x^2 + \frac{4}{x} \leq 33$, bármely $x \in \left[\frac{1}{4}, 4\right]$ esetén!
2. Adott az $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - 1 + 2 \ln x$ függvény.
- 5p** a) Igazolja, hogy $\int_1^3 (f(x) - 2 \ln x) dx = 2$.

5p b) Igazolja, hogy $\int_1^e \frac{f(x) - x + 1}{x} dx = 1$.

5p c) Határozza meg az a valós számot tudva azt, hogy a $g : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 3x(f(x) + 1)$ függvény grafikus képe, az Ox tengely, valamint az $x = 1$ és $x = 3$ egyenletű egyenesek által közrezárt síkidom területe $a + 27 \ln 3$.